

1. Wykaż, że poniższe formuły nie są tautologiami ani kontrtautologiami:

- a)  $\exists x (P(x) \wedge Q(x))$
- b)  $\forall x \exists y R(x,y)$
- c)  $\forall x \forall y (R(x,y) \rightarrow \sim R(y,x))$
- d)  $\forall x \forall y (R(x,y) \vee R(y,x))$
- e)  $\forall x \forall y \forall z [(R(x,y) \wedge R(y,z)) \rightarrow R(x,z)]$

2. Wykaż, że poniższe reguły nie są niezawodne:

- a) 
$$\frac{\forall x R(x,x)}{\forall x \forall y R(x,y)}$$
- b) 
$$\frac{\forall x (P(x) \vee Q(x))}{\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)}$$
- c) 
$$\frac{\forall x \forall y (R(x,y) \rightarrow R(y,x))}{\forall x R(x,x)}$$
- d) 
$$\frac{\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))}{\forall x (\sim P(x) \rightarrow \sim Q(x))}$$
- e) 
$$\frac{\forall x \sim (P(x) \wedge Q(x))}{\forall x \sim P(x)}$$
- f) 
$$\frac{\forall x \exists y R(x,y)}{\forall x \exists y R(y,x)}$$